

l'enseignant et de l'élève dans la rupture de pratiques habituelle, In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.), *Enseignement des mathématiques et contrat social: enjeux et défis pour le 21e siècle, Actes du colloque EMF2012* (GT9, pp. 1213–1226) <http://www.emf2012.unige.ch/images/stories/pdf/Actes-EMF2012/Actes-EMF2012-GT9/GT9-pdf/EMF2012GT9LAIPOLO.pdf>

Matheron Y., Morselli F., René de Cotret S., Schneider M. (2012) La démarche d'investigation dans la classe de mathématiques, fondements et méthodes – *Compte-rendu du Groupe de Travail n°10*. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT10, pp. 1259–1281). <http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012>

MIUR, 2012, Indicazioni nazionali per il primo ciclo di istruzione [http://hubmiur.pubblica.istruzione.it/alfresco/d/d/workspace/SpacesStore/8afacbd3-04e7-4a65-9d75-cec3a38ec1aa/prot7734\\_12\\_all2.pdf](http://hubmiur.pubblica.istruzione.it/alfresco/d/d/workspace/SpacesStore/8afacbd3-04e7-4a65-9d75-cec3a38ec1aa/prot7734_12_all2.pdf)

# **GEOGEBRA E DISTURBI SPECIFICI DI APPRENDIMENTO (DSA): ANALISI DI UN CASE STUDY**

***Elisabetta Robotti***

*Università della Valle d'Aosta – Université de la Vallée d'Aoste  
e.robotti@univda.it*

***Elisa Bionaz***

*Scuola primaria Jean Baptiste Cerlogne  
elisa.bionaz@gmail.com*

## **Abstract:**

Il presente articolo si propone di analizzare un case study condotto con un alunno con DSA di quinta elementare e centrato su attività di geometria piana (attività di problem solving), al fine di mettere in evidenza le potenzialità del software GeoGebra come strumento compensativo e come strumento di supporto al processo di insegnamento-apprendimento della geometria piana in presenza di DSA.

La progettazione del percorso didattico si è avvalsa di alcuni risultati della ricerca nell'ambito della psicologia cognitiva, attraverso i quali si è delineato il processo di apprendimento del soggetto con DSA, e della didattica della matematica, che ci ha guidato nello sviluppo di un percorso didattico efficace sfruttando alcune delle funzionalità del software di geometria dinamica GeoGebra.

## **Introduzione**

L'esigenza degli insegnanti di avere indicazioni su come affrontare la matematica in classe in presenza di studenti con DSA è una necessità di primaria importanza. Quali aiuti può dare la ricerca in didattica della matematica in questo senso? A quale ambito di ricerca l'insegnante può far riferimento?

Per rispondere a queste domande, ci proponiamo di analizzare un case study condotto con un alunno di quinta elementare, che chiameremo Matteo, avente dislessia, discalculia, disgrafia, iperattività e inattenzione. Un quadro clinico, dunque, piuttosto complesso che però è frequente incontrare a scuola. Per questo, appare chiaro che la progettazione del percorso didattico sui poligoni che si è sviluppata con Matteo, non poteva prescindere né da aspetti legati alla didattica della geometria né da aspetti legati alla psicologia cognitiva.

Già negli anni '80, la ricerca in psicologia sulle abilità visuo-spaziali metteva in relazione tali abilità con la visualizzazione e l'insegnamento-apprendimento della geometria (Bishop, 1980). Bishop, definendo un legame fra psicologia e didattica, suggeriva di render più efficace l'apprendimento della matematica attraverso "suitably emphasising and developing those primary abilities" Bishop (1980, p. 259), nelle quali erano incluse le abilità visuo-spaziali.

La psicologia cognitiva, infatti, definisce la competenza geometrica come il risultato di differenti abilità legate non solo a quelle visuo-spaziali (Grossi e Trojano, 2002), ma anche al linguaggio, all'astrazione, al ragionamento, e alla memoria di lavoro visuo-spaziale (Cornoldi, Vecchi, 2003) strettamente connessa, in particolare, con la tipologia di stimoli a cui i soggetti sono sottoposti.

Lo stesso dominio di ricerca ha inoltre individuato diversi canali di accesso alle informazioni: visivo-verbale, visivo non-verbale, uditivo e cinestetico. In particolare, ha messo in evidenza che i soggetti con DSA sembrano accedere alle informazioni con più difficoltà tramite il canale

visivo-verbale (Stella, Grandi, 2012). E' quindi verosimile pensare che, la progettazione di un percorso didattico che sfrutti prevalentemente i registri visivo non-verbale, uditivo e cinestetico, possa essere efficace ai fini dell'apprendimento in presenza di un soggetto con DSA.

L'idea di legare l'apprendimento della geometria al potenziamento delle abilità visive è espresso anche da Duval, che le mette in relazione con il registro linguistico:

“La géométrie est un domaine de connaissance qui exige l'articulation cognitive de deux registres de représentation très différents : la visualisation de formes pour représenter l'espace et le langage pour en énoncer des propriétés et pour en déduire de nouvelles.” (Duval, 2005, p.5)

Egli identifica le difficoltà d'apprendimento in geometria principalmente nell'uso non adeguato dei due registri che è in disaccordo con il loro funzionamento cognitivo, quello, cioè, che si avrebbe anche al di fuori del dominio matematico. Perciò, lo sviluppo e la coordinazione di questi due registri devono essere considerati obiettivo di insegnamento così come lo è il contenuto matematico stesso. Duval afferma inoltre che le figure possono essere “viste” in maniera diversa in ragione dell'attività nella quale sono impiegate. Egli identifica nella scomposizione dimensionale delle figure il processo centrale della visualizzazione geometrica. Inoltre, considera come essenziale per l'apprendimento della geometria la sinergia fra visualizzazione e linguaggio che consente di accedere ai significati delle nozioni geometriche.

Sulla base di queste considerazioni, la progettazione del percorso didattico ha previsto l'uso del software di geometria dinamica GeoGebra che consente di costruire immagini con caratteristiche simili alle immagini mentali (Fishbein, 1993, Laborde & Capponi, 1994; Parzysz, 1998), e consente di manipolarle come se fossero immagini mentali sviluppando quindi competenze geometriche (Duval, 2005, Sinclair, Bruce, 2014). In questo senso GeoGebra può funzionare come strumento di supporto alla memoria visuo-spaziale e come strumento compensativo rispetto alla disgrafia o alle difficoltà nelle abilità viso-spaziali.

I risultati di questo studio mostrano che l'alunno, non solo ha risolto i problemi proposti nello stesso tempo dei compagni, ma ha anche aumentato la sua autostima, la sua motivazione, il tempo di attenzione e la sua capacità di sistematizzare la risoluzione dal punto di vista comunicativo.

## **Riferimenti teorici**

Le peculiarità del caso di studio presentato induce la nostra ricerca a indagare su un duplice fronte: da un lato la psicologia cognitiva, che, tracciando il profilo clinico di Matteo, definisce le abilità necessarie allo sviluppo delle competenze geometriche e supporta la progettazione didattica, dall'altro la didattica della matematica e, più specificatamente la didattica della geometria, sulla base della quale si è progettato il percorso didattico di insegnamento-apprendimento dei poligoni.

Per la psicologia dello sviluppo, la competenza geometrica sembra essere il risultato di differenti abilità legate al linguaggio (es. termini, definizioni), all'astrazione e al ragionamento (es. riconoscimento d'invarianti, soluzione di problemi), alla memoria (es. memorizzazione di informazioni e procedure), alle abilità visuo-spaziali (definite come la capacità di percepire e di operare nello spazio fisico oppure su rappresentazioni mentali, in funzione di coordinate spaziali; per es. classificazione, accoppiamento figure uguali, ricomposizione di figure) (Grossi e Trojano, 2002) e alla memoria di lavoro visuo-spaziale (funzione cognitiva che consente il mantenimento e l'elaborazione di materiale visivo e spaziale), (Cornoldi, Vecchi, 2003). In particolare, i compiti di memoria visuo-spaziale, secondo il modello di Cornoldi e Vecchi (2000, 2003), possono essere classificati come passivi, quando richiedono una semplice memorizzazione delle informazioni, o attivi, quando si richiede un livello maggiore di elaborazione, di controllo e di trasformazione degli stimoli che possono essere verbali, spaziali, visivi, etc. Cornoldi,

infatti, ha centrato l'attenzione sulla memoria di lavoro visuo-spaziale per spiegare alcune delle difficoltà non verbali di apprendimento che concorrono nelle difficoltà in geometria (Cornoldi, Vecchi, 2003).

In relazione agli stimoli cui l'alunno è sottoposto, la ricerca in psicologia cognitiva ha individuato essenzialmente quattro canali sensoriali attraverso i quali si può accedere alle informazioni: il canale visivo – verbale, il canale visivo-non verbale, l'uditivo e il cinestetico (Mariani, 1996, 1999). Il canale di accesso alle informazioni di tipo *visivo verbale* predilige la letto scrittura. Quindi, chi accede alle informazioni prevalentemente con questo canale, impara leggendo; il canale *visivo non –verbale*, predilige immagini, schemi, grafici, mappe. Chi accede alle informazioni in questo modo impara sulla base di una memoria visiva che usa immagini per ricordare e che usa “memotecnichie immaginative” per l'immagazzinamento e il recupero dei dati in memoria. Il canale *uditivo* predilige l'ascolto, per cui, chi accede alle informazioni prevalentemente con questo canale, impara ascoltando. Infine, il canale di accesso *Cinestetico* predilige attività concrete, per esempio fare l'esperienza diretta di un problema per poterne comprendere la natura. Chi accede alle informazioni prevalentemente con questo canale impara facendo (Stella, Grandi, 2012).

Il ruolo della visualizzazione nell'apprendimento della matematica è stato, come è tuttora, oggetto di indagine (Presmeg, 2006, 2014). Secondo Gal e Linchevski “aspects of VPR [processes of visual perception and perception-based knowledge representation], i.e., organization of perceptual data, recognition and representation of objects in mind—all are a sine qua non base of visualization” (Gal, Linchevski, 2010, p.163) e sono questi gli aspetti che devono essere presi in considerazione per analizzare le difficoltà derivate dal processamento delle figure nello studio della geometria.

La visualizzazione, che “si riferisce generalmente alla capacità di rappresentare, trasformare, generalizzare, comunicare, documentare e riflettere sulle informazioni visive”<sup>1</sup> (Hershkowitz et al., 1990, p. 75), gioca chiaramente un ruolo importante nei processi di insegnamento-apprendimento della geometria. Presmeg (1997) considera la visualizzazione come “il processo coinvolto nella costruzione e trasformazione di immagini mentali visive ...”<sup>2</sup> (Presmeg, 1997 pag. 304), e considera l'immagine visiva come “un costrutto mentale che raffigura le informazioni visive o spaziali” (Presmeg 1992, p. 596). Per Fischbein “L'immagine mentale guida lo sviluppo analitico della soluzione, pertanto le rappresentazioni visive sono un dispositivo di anticipazione essenziale” (Fischbein 1987, pp. 103,104). Bishop sottolinea che la visualizzazione, nel contesto della matematica, può essere generata sia da stimoli di natura figurale che non figurale (Bishop, 1983). La visualizzazione, dunque, sarà oggetto centrale di analisi nella sperimentazione condotta con Matteo.

La geometria oggetto del presente studio riguarda le figure geometriche piane. Che cosa consideriamo con “figura geometrica”?

Laborde e Capponi, così come Parzysz (1998), considerano una figura geometrica come “la relazione fra un oggetto geometrico e le sue possibili rappresentazioni” (Laborde & Capponi, 1994). Fishbein (1993) parla di concetti geometrici, affermando che essi presentano una duplice natura: concettuale e figurale. La componente concettuale riguarda la rappresentazione mentale, che caratterizza una classe di oggetti in base a proprietà comuni ed è il frutto del processo di astrazione; la componente figurale invece si riferisce alle immagini come rappresentazioni sensoriali degli oggetti. Per rilevare questa duplice natura dei concetti geometrici, Fishbein parla di *concetti figurali*. Nella nostra sperimentazione, dunque, considereremo la costruzione di figure geometriche piane mettendo in evidenza come GeoGebra consente a Matteo di gestire concetti figurali al fine di risolvere i problemi proposti.

---

1 La traduzione è stata a cura delle autrici del presente articolo.

2 La traduzione è stata a cura delle autrici del presente articolo.

## Contesto di riferimento e percorso didattico

Matteo, è un bambino che frequenta la quinta classe della scuola primaria. La sua diagnosi strutturale riporta: “disturbo di sviluppo con iperattività e inattenzione (...) e disturbo specifico dell'apprendimento, della compilazione (disortografia, disgrafia...), disturbo specifico delle abilità aritmetiche (discalculia, ...)”. Ricordiamo che l'*Inattenzione*, o facile distraibilità, si manifesta soprattutto nell'incapacità di portare a termine le azioni intraprese; l'*Iperattività* si manifesta con la difficoltà a rispettare le regole, i tempi e gli spazi dei coetanei; la *disgrafia* riguarda la difficoltà a riprodurre segni, quindi è relativa esclusivamente al grafismo; la *discalculia* riguarda la difficoltà nel calcolo mentale e nella gestione di procedure, anche quelle relative al calcolo scritto. Con un quadro clinico di questo tipo, il perseguimento degli obiettivi didattici inerenti l'acquisizione di competenze e conoscenze relative alla geometria piana, come la costruzione di figure geometriche piane o il problem solving, e l'acquisizione del linguaggio appropriato della geometria risulta una vera e propria sfida. Matteo lavora con una insegnante di sostegno, proprio a causa della specificità della diagnosi. Il percorso didattico da lei messo a punto per Matteo, intende aderire al percorso previsto per la classe e prevede la soluzione di problemi di geometria piana che normalmente sono proposti nella quinta classe della scuola primaria. Le sessioni di lavoro, quindi, hanno la durata della lezione di classe, circa un'ora, e si svolgono nel laboratorio informatico, dove l'insegnante e Matteo hanno la possibilità di usare anche il software GeoGebra.

Oggetto del percorso, quindi, sono le figure geometriche piane e, in particolare, la loro costruzione, l'attività di ragionamento, l'applicazione di procedure, l'applicazione di regole (superficie, perimetro). Rendere esplicito il duplice statuto delle figure geometriche, intese come concetti figurali, rappresentava uno degli obiettivi didattici principali del percorso: da un lato l'oggetto geometrico, sul quale si intende attivare il ragionamento, e dall'altra, le possibili rappresentazioni di quest'oggetto (cfr. ai contenuti della plenaria di Gilles Aldon che troviamo in questi atti).

La questione affrontata in questo percorso didattico è stata quella di arrivare a perseguire questo fine con un soggetto con un profilo clinico come quello di Matteo. Il punto di partenza quindi, non poteva essere solo quello di delineare le difficoltà che gli studenti incontrano in geometria per poter trovare strategie didattiche efficaci, ma di far fronte alle difficoltà specifiche del disturbo.

## Difficoltà in geometria

Diverse ricerche hanno affrontato la questione delle difficoltà incontrate dagli studenti in geometria, per esempio nell'apprendimento dei concetti di base, come angoli, triangolo, quadrilatero, così come nei processi più complessi come i processi deduttivi (e.g., Lin, 2005). Fra queste ricerche, come accennato nel paragrafo precedente, alcune studiano la relazione fra difficoltà di visualizzazione e studio della geometria (Gal, Linchevski, 2010, Presmeg, 1997).

Secondo Duval, la percezione costituisce una delle difficoltà principali cui l'insegnamento della geometria deve confrontarsi. Essa, infatti, induce un modo di “vedere” le figure che è in opposizione ai due modi di vedere le figure proposti durante le lezioni di matematica: uno centrato sulla costruzione delle figure per mezzo di strumenti e l'altro centrato sul loro arricchimento euristico per identificare forme che non sono quelle che lo sguardo vede direttamente. Il passaggio dal funzionamento abituale della percezione a questi due modi di “vedere” in geometria, soprattutto per quel che riguarda il secondo, comporta molte difficoltà per gli studenti (Kaniza, 1998). Di qui, Duval attribuisce un valore essenziale al meccanismo cognitivo della visualizzazione matematica, cioè la scomposizione dimensionale delle forme (Duval, 2005). Il cambiamento del numero delle dimensioni, fra le operazioni più difficili per gli studenti, è centrale per “vedere” geometricamente le figure.

Rispetto alla nozione di figura geometrica, Parzysz afferma che “Les propriétés géométriques d’un objet géométrique se traduisent par des propriétés spatiales de sa représentation et c’est d’abord par une appréhension perceptive de cette représentation que l’élève comprend et assimile une notion” (Parzysz, 1988, p. 80).

Ora, l’“appréhension perceptive” del disegno può includere difficoltà legate all’esplicitazione delle proprietà geometriche dell’oggetto di riferimento. Parzysz afferma che “Necessariamente c’è una perdita di informazioni quando ci si sposta da un oggetto geometrico al suo disegno, ma gli alunni spesso hanno l’illusione che possono, grazie ad un disegno sufficientemente sofisticato e vicino all’oggetto, fare una rappresentazione di esso dove non vi è alcuna ambiguità. Analogamente, nel processo di ‘lettura’ di un disegno, tendono a considerare le proprietà del disegno come proprietà dell’oggetto stesso”<sup>3</sup> (Parzysz, 1988, p. 80)

Il disegno della figura geometrica quindi, se da un lato diventa oggetto di primaria importanza per la visualizzazione, dall’altra può indurre misconcezioni. Per esempio, gli alunni possono pensare che, quanto più la realizzazione del disegno è sofisticata (come, per esempio quella prodotta da un software) tanto più le sue proprietà sono interpretabili in termini di proprietà dell’oggetto geometrico. Di qui, la necessità di mediare, tramite software di geometria dinamica come GeoGebra, la nozione di *costruzione geometrica* (Mariotti, 2011).

Accanto alle difficoltà che lo studio della geometria riserva per molti studenti, l’analisi del caso di Matteo deve però considerare anche altre difficoltà strettamente legate al disturbo. Fra queste:

- Difficoltà prassiche che, oltre a limitare la possibilità di produrre disegni sul foglio con strumenti quali riga e compasso, ostacolano l’attivazione del processo di percezione visiva attraverso la quale si avviano i processi che sono funzionali alla soluzione del compito quali, per esempio, la scomposizione dimensionale delle figure, l’individuazione di invarianti, etc. (ciò che, in breve, potremmo definire come difficoltà a “leggere” il disegno)
- Difficoltà legate alla memoria a breve e a lungo termine. Ciò implica, per esempio, difficoltà a recuperare dalla memoria informazioni non esplicite sul disegno. In questo caso, è necessario il ricorso ad uno strumento capace di supportare lo studente nel processo di identificazione della “figura geometrica”, intesa al senso di Laborde & Capponi.
- Difficoltà nel mantenere l’attenzione sul lavoro da svolgere. Anche in questo caso il software permette di mantenere “ritmi veloci” perché l’azione, mediata dal software, consente di avere feedback in tempi ristretti.

•

## Sperimentazione e analisi

La metodologia adottata nell’attività didattica con Matteo prevede un iniziale lavoro su GeoGebra e un successivo lavoro sul quaderno. La costruzione di poligoni avviene su GeoGebra e segue le indicazioni fornite dal libro di testo adottato dall’insegnante di classe (i compagni di Matteo procedono alla costruzione dei poligoni sul quaderno usando riga e compasso). La costruzione delle figure è salvata al fine di ottenere un database (i file sono denominati: *nome poligono. ggb*). I file potranno essere recuperati da Matteo per la soluzione dei problemi geometrici assegnati. Il criterio di scelta dei file non è basato sul loro nome, ma sulla discriminazione delle figure visualizzate sullo schermo in base alle loro proprietà (che Matteo “legge”, al senso di Duval). L’attività esplorativa e di costruzione su GeoGebra consente di realizzare ciò che l’insegnante ha chiamato “la carta di identità dei poligoni”: un quaderno dove è costruita, per ciascun poligono trattato, una scheda descrittiva (a titolo esemplificativo si veda la Figura 1). In essa, è riportato il nome del poligono e un suo disegno sul quale sono tracciate le altezze e le diagonali, sono segnati gli angoli e riportati i nomi dei vertici e dei lati. Le proprietà e le caratteristiche del poligono sono elencate per punti. Infine, sono riportate le formule per

3 La traduzione è stata a cura delle autrici del presente articolo.

ricavare l'area e il perimetro del poligono tramite il registro verbale (per esempio, perimetro = lato + lato + lato) e simbolico (per esempio, perimetro =  $AB + BC + CA$ ).

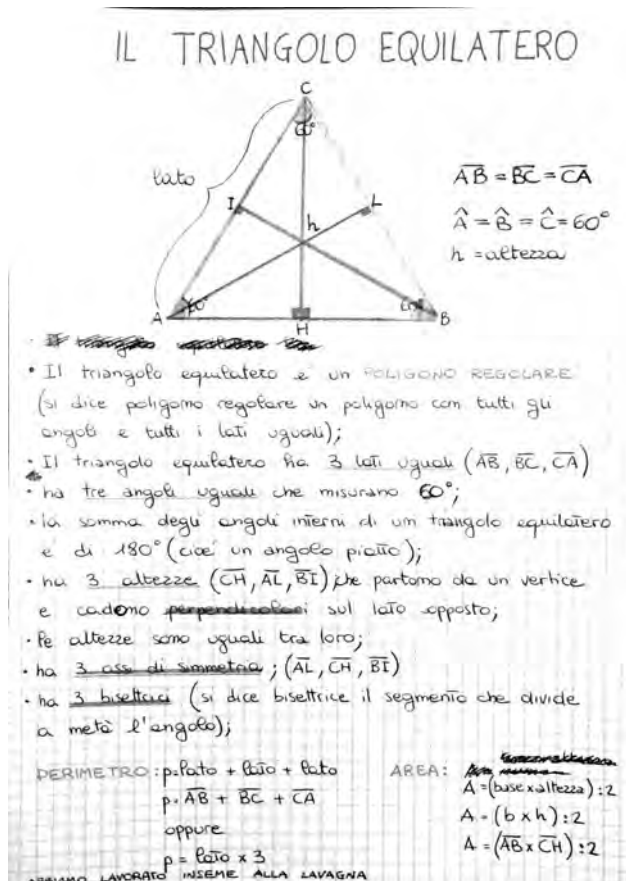


Figura 1: La pagina "triangolo equilatero" del quaderno "carta di identità dei poligoni"

Il lavoro di risoluzione dei problemi avviene quindi essenzialmente su GeoGebra dove, non solo si procede alla costruzione della figura geometrica in oggetto (o al recupero del file di costruzione esistente), ma si pianifica il processo risolutivo stesso. Il lavoro prosegue poi sul quaderno dove sono incollate le figure prodotte su GeoGebra, dopo essere state stampate, e dove è riportato il processo risolutivo completo dei calcoli. In Figura 2 riportiamo una pagina del quaderno di Matteo dove troviamo in alto il testo del problema, a destra la figura prodotta su GeoGebra e, di seguito, la procedura risolutiva. L'analisi del lavoro svolto con Matteo si basa, a titolo esemplificativo, sul problema riportato in figura 2.

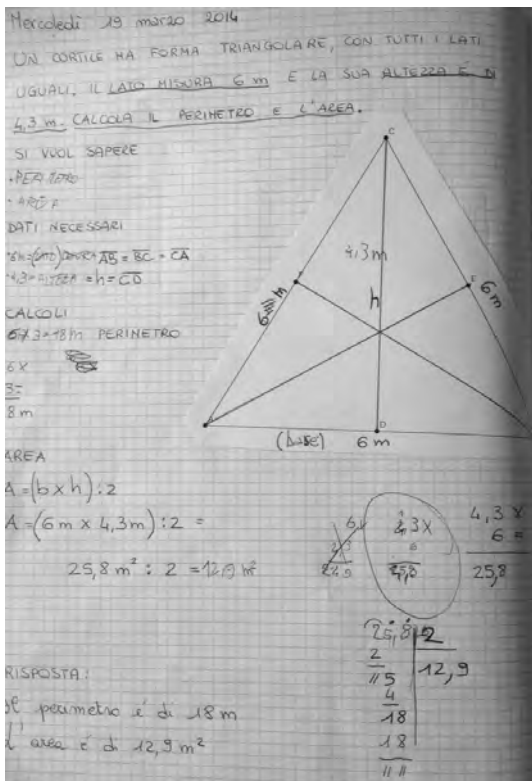


Figura 2: Una pagina del quaderno di Matteo

La prima difficoltà che l'insegnante, inaspettatamente, deve affrontare, deriva dal fatto che Matteo sta pensando ad un cortile con le dimensioni definite nella consegna: *"Non posso disegnarlo sul quaderno, non ci sta!"*. Da ciò si evince che, ancor prima di lavorare sul legame fra figura e disegno (Parzyz, 1988) l'insegnante dovrà lavorare sulla concettualizzazione della relazione fra realtà e modello. La costruzione del triangolo equilatero su GeoGebra si è rivelata funzionale a questo scopo. Infatti, il trascinamento del vertice del triangolo ha visualizzato sullo schermo, in modo continuo e dinamico, diversi ingrandimenti del triangolo. Ciò ha permesso a Matteo di creare un'immagine mentale di "cortile triangolare" che potesse costituire un modello del reale con dimensioni in proporzione: *"Oltre lo schermo non lo vedo più, ma questo va bene..."*. Il disegno prodotto su GeoGebra, quindi, è stato interpretato come modello del cortile. Inoltre, il trascinamento del vertice del triangolo ha permesso di costruire un'immagine mentale sulla base della quale interpretare il disegno in termini di figura geometrica - *"triangolo equilatero"* (Laborde & Capponi, 1994, Parzyz, 1988) rendendone esplicite le invarianti e, quindi, le proprietà geometriche che la definiscono: *"Ne ho costruito uno, ma ce ne sono tanti!"*. In altri termini, il trascinamento del vertice del triangolo ha mediato la costruzione della componente concettuale di "triangolo equilatero" come rappresentazione mentale (Fishbein, 1993, Mariotti, Fishbein, 1997). Osserviamo che il trascinamento del mouse è qui assimilabile ad una attività concreta attraverso la quale Matteo ha potuto esperire direttamente il duplice ruolo della figura geometrica intesa sia come oggetto geometrico, sul quale si intende attivare il ragionamento, sia come rappresentazione di quest'oggetto che la costruzione geometrica su GeoGebra può mediare.

Riguardo l'aspetto discorsivo/testuale Laborde (1995) fa presente l'enorme economia di espressione consentita dall'uso di simboli ma evidenzia la difficoltà della loro decodifica nella lettura e precisa



che questo è il prezzo da pagare per tale concisione. Nell'attività in oggetto, però, i simboli comunemente richiesti dall'insegnante per decodificare i dati forniti dalla consegna (per esempio,  $AB=BC=CA=6\text{ m}$ ) non giocano, per Matteo, un ruolo di economia di espressione né sono funzionali al processo risolutivo. I processi di decodifica soggiacenti, per lui eccessivamente costosi dal punto di vista cognitivo, assorbono in larga misura, se non completamente, la sua attenzione rendendo di fatto inefficace il loro uso. Alcuni segni, però, si sono rivelati efficaci ai fini della pianificazione del processo risolutivo, sostenendo la memoria di lavoro di Matteo. In prevalenza, essi appartengono al registro visivo non verbale, per esempio sono segni che codificano la congruenza dei lati del triangolo. I segni appartenenti al registro verbale sono presenti solo accanto al disegno, per esempio, sono le misure dei lati accanto ai lati stessi. GeoGebra consente di scrivere il dato numerico accanto all'oggetto di riferimento, per esempio la misura accanto al lato di riferimento, e questo facilita il recupero dalla memoria dell'informazione durante il processo risolutivo.

GeoGebra ha giocato quindi il ruolo di strumento compensativo per l'attività di Matteo. Gli strumenti compensativi, infatti, sono strumenti didattici (digitali e non digitali) che facilitano la prestazione richiesta nell'abilità deficitaria. GeoGebra consente a Matteo di produrre le figure geometriche richieste con gli stessi strumenti dei compagni (riga, compasso, ...) con la variante di essere strumenti virtuali. In questo senso, GeoGebra compensa la disgrafia di Matteo e gli consente di raggiungere l'obiettivo definito dalla costruzione geometrica dei poligoni esattamente come i suoi compagni. GeoGebra è stato inoltre strumento compensativo rispetto al deficit di memoria. Infatti, le icone di costruzione e le loro istruzioni d'uso che appaiono a tendina, consentono a Matteo di avere sott'occhio tutti i comandi di costruzione supportando la sua attenzione e indirizzandola verso la pianificazione del processo risolutivo. La memoria visuo-spaziale mobilitata è, cioè, di tipo attivo perché richiede l'elaborazione, il controllo, la trasformazione e l'interpretazione degli stimoli visivi (prodotti dall'attivazione delle funzionalità relative alle icone disponibili sull'interfaccia) che appaiono sulla finestra di lavoro in termini di costruzione geometrica. Tale memoria, in caso di deficit come quello di Matteo, ha bisogno di essere supportata da canali di accesso alle informazioni di tipo visivo non-verbale, cinestetico e uditivo. Queste, in accordo con la ricerca in psicologia cognitiva (Stella e Grandi, 2012), condizionano lo stile cognitivo di Matteo cioè "la modalità di elaborazione dell'informazione che il soggetto adotta in modo prevalente, che permane nel tempo e si generalizza a compiti diversi" (Boscolo, 1981, p.68). Ecco perché la costruzione del triangolo su GeoGebra è stata funzionale al processo risolutivo: i canali di accesso alle informazioni disponibili su GeoGebra, che hanno una natura prevalentemente visiva non-verbale e cinestetica, permettono di "vedere" la figura in termini di figura geometrica e, al contempo, consentono l'arricchimento euristico della figura (altezze del triangolo) per identificare forme (triangoli equilateri di base AB, BC o CA) che non sono direttamente accessibili allo sguardo e che reificano ciò che Duval definisce come scomposizione dimensionale delle forme.

La costruzione geometrica così esperita, inoltre, ha mediato l'appropriazione del linguaggio geometrico consentendo di passare da termini che rimandano al reale, come "*questa è dritta*", a termini geometrici, come "*sono rette perpendicolari*". La visualizzazione dei comandi sull'interfaccia ha consentito a Matteo di concludere il compito nello stesso tempo dei compagni. La velocità di esecuzione è stata inoltre favorita dai feedback del software che hanno compensato l'inattenzione, l'iperattività e l'impulsività. Secondo quanto riportato dall'insegnante di sostegno, il processo risolutivo del problema è stato interamente pianificato da Matteo durante il lavoro con GeoGebra. I calcoli, così come la sistematizzazione degli stessi in termini algebrici (per esempio,  $A=bxh/2$ ), sono compiti cognitivi costosi per Matteo che possono assorbire totalmente le sue risorse attentive e cognitive sottraendole, quindi, al processo risolutivo. Per questo, la pianificazione del processo risolutivo è svincolata dall'esecuzione dei calcoli che sono svolti solamente al momento di riportare la soluzione sul quaderno.

È infine opportuno sottolineare che l'insegnante di sostegno ha fatto opera di "prestamano" al fine di riportare sul quaderno la soluzione sviluppata da Matteo.

## Conclusioni

I risultati ottenuti nel case study sviluppato con l'ausilio di GeoGebra dimostrano che il software di geometria dinamica può essere efficacemente usato per affrontare i compiti inerenti la soluzione di problemi di geometria piana con DSA. In particolare, hanno mostrato che GeoGebra può essere usato come strumento compensativo rispetto a difficoltà prassiche, consentendo non solo di produrre una figura geometrica mediata dalla costruzione con riga e compassi virtuali, ma anche di supportare l'attivazione del processo di percezione visiva attraverso la quale si avviano i processi che sono funzionali alla soluzione del compito quali, per esempio, la scomposizione dimensionale delle figure e l'individuazione di invarianti. I risultati dimostrano anche che GeoGebra può compensare difficoltà legate alla memoria a breve e a lungo termine per l'esecuzione del compito di costruzione geometrica e anche la memoria visuo-spaziale funzionale alla pianificazione del processo di soluzione del problema. Il software media l'elaborazione, il controllo, la trasformazione e l'interpretazione degli stimoli visivi prodotti dall'attivazione delle funzionalità relative alle icone disponibili sull'interfaccia. Favorisce la visualizzazione, consentendo la creazione di immagini mentali che sono essenziali ai fini della soluzione del compito. GeoGebra sembra supportare efficacemente la percezione visiva perché migliora la riuscita della discriminazione spaziale, la memoria visiva e l'esplicitazione di invarianti tramite il drag. Rende cioè esplicito il duplice statuto delle figure geometriche: da un lato l'oggetto geometrico, sul quale si intende attivare il ragionamento, e dall'altra, le possibili rappresentazioni di quest'oggetto.

Il software, inoltre, consente di far fronte alle difficoltà di attenzione fornendo feedback in tempi brevi e permette di mantenere "ritmi veloci" di lavoro. Il lavoro su GeoGebra consente quindi di migliorare il livello attentivo del soggetto con DSA che passa, da pochi minuti a un'ora piena. La possibilità di disegnare le figure richieste in tempi brevi permette, non solo di gestire meglio le risorse attentive, ma anche quelle cognitive così da riuscire focalizzare l'attenzione sullo sviluppo analitico della soluzione nello stesso tempo dei compagni (soggetti senza DSA). Ciò aumenta, ovviamente, il grado di autostima del soggetto che, come è facile immaginare, supporta anche il processo stesso di apprendimento. L'uso di GeoGebra, inoltre, sembra migliorare la memorizzazione dei termini geometrici e l'acquisizione dei rispettivi significati.

I risultati ottenuti in questo studio mostrano comunque la necessità di indagare in modo più approfondito questo ambito di ricerca.

## Bibliografia

- Bishop, A. J. (1980). Spatial abilities and mathematics education – a review. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 257–269.
- Bishop, A. J. (1983). Space and geometry. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes* (pp. 175–203). New York: Academic.
- Boscolo, P., (1981). *Intelligenza e differenze individuali*, in AA.VV, *Intelligenza e diversità*, Loescher, Torino.
- Cornoldi, C., Vecchi, T., (2003). *Visuo-spatial working memory and individual differences*. Hove, UK: Psychology Press.
- Duval, R., (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et Sciences Cognitives*, 10, 5 - 53.
- Fischbein E., (1987). *Intuition in science and mathematics: An educational approach*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Fischbein E., (1993). The Theory of Figural Concepts. In *Educational Studies Mathematics*, Vol. 24, pp. 139-162.